

# Nebenfach Mathematik im Informatik-Studium

Martin Gugat [martin.gugat@fau.de](mailto:martin.gugat@fau.de)

FAU: Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg

3. Juli 2019

# Motivation

- Die rigorose Analyse von Algorithmen erfordert



*mathematische Beweismethoden!*

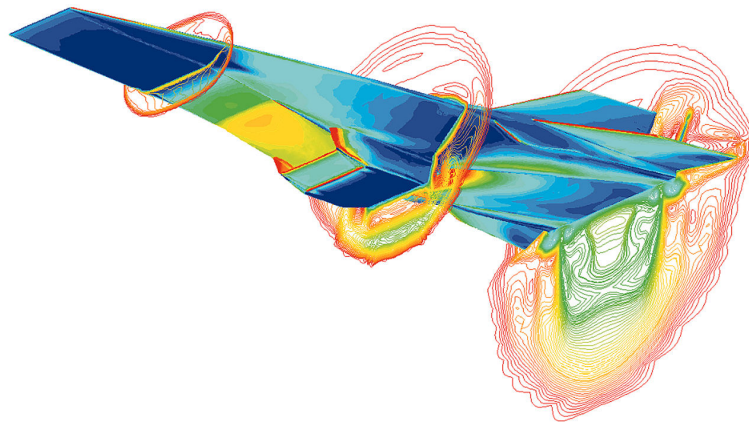
# Motivation

- Die rigorose Analyse von Algorithmen erfordert



*mathematische Beweismethoden!*

- Numerische Simulationen komplexer Systeme erfordern *intelligente Implementierungen beweisbar konvergenter Verfahren.*



# Department Mathematik

Cauerstr. 11

- Bereich *Theoretische Mathematik*:
  - Teilbereich Theoretische Mathematik

# Department Mathematik

Cauerstr. 11

- Bereich *Theoretische Mathematik*:
  - Teilbereich Theoretische Mathematik
  - Teilbereich Angewandte Mathematik

# Kurs Mathematik für Ingenieure C

Mathematik ist bereits Bestandteil des Studiums:  
Mathematik für Ingenieure **C1–C4**.

Dies liefert wesentliche Grundlagen,  
aber viele Themen werden dort  
nur kurz oder gar nicht behandelt.

# Bachelor Informatik: Nebenfach Mathematik

Im Informatik-Studium müssen für das Nebenfach Module im Umfang von **15 ECTS** enthalten sein!

Im Folgenden gebe ich einen Überblick über einige geeignete Module.

Die Themengebiete sind aus den Bereichen

- Numerische Mathematik
- Optimierung
- Analysis
- Algebra.

Eine Liste findet man unter

<https://www.math.fau.de/studium/im-studium/mathematik-im-nebenfach/informatik/>

# Einführung in die Numerik:

*Wie löst man  $F(x) = 0$  algorithmisch?*

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VOR	Einführung in die Numerik	Winter	4	7
UEB	Übungen und Rechnerübung dazu	Winter	3	3



# Einführung in die Numerik:

*Wie löst man  $F(x) = 0$  algorithmisch?*

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VOR	Einführung in die Numerik	Winter	4	7
UEB	Übungen und Rechnerübung dazu	Winter	3	3

- **Fehleranalyse** (Gleitpunktdarstellung, Rundung, Fehlerfortpflanzung, Kondition, Gutartigkeit)

# Einführung in die Numerik:

*Wie löst man  $F(x) = 0$  algorithmisch?*

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VOR	Einführung in die Numerik	Winter	4	7
UEB	Übungen und Rechnerübung dazu	Winter	3	3

- **Fehleranalyse** (Gleitpunktdarstellung, Rundung, Fehlerfortpflanzung, Kondition, Gutartigkeit)
- **Polynominterpolation** (Dividierte Differenzen, Interpolationsfehler)

# Einführung in die Numerik:

*Wie löst man  $F(x) = 0$  algorithmisch?*

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VOR	Einführung in die Numerik	Winter	4	7
UEB	Übungen und Rechnerübung dazu	Winter	3	3

- **Fehleranalyse** (Gleitpunktdarstellung, Rundung, Fehlerfortpflanzung, Kondition, Gutartigkeit)
- **Polynominterpolation** (Dividierte Differenzen, Interpolationsfehler)
- **Asymptotische Entwicklungen und Extrapolation** (Richardson-Extrapolation)

# Einführung in die Numerik:

*Wie löst man  $F(x) = 0$  algorithmisch?*

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VOR	Einführung in die Numerik	Winter	4	7
UEB	Übungen und Rechnerübung dazu	Winter	3	3

- **Fehleranalyse** (Gleitpunktdarstellung, Rundung, Fehlerfortpflanzung, Kondition, Gutartigkeit)
- **Polynominterpolation** (Dividierte Differenzen, Interpolationsfehler)
- **Asymptotische Entwicklungen und Extrapolation** (Richardson-Extrapolation)
- **Numerische Integration** (Newton-Cotes-Formel, Romberg-Integration, Gaußsche Integration)

# Einführung in die Numerik:

*Wie löst man  $F(x) = 0$  algorithmisch?*

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VOR	Einführung in die Numerik	Winter	4	7
UEB	Übungen und Rechnerübung dazu	Winter	3	3

- **Fehleranalyse** (Gleitpunktdarstellung, Rundung, Fehlerfortpflanzung, Kondition, Gutartigkeit)
- **Polynominterpolation** (Dividierte Differenzen, Interpolationsfehler)
- **Asymptotische Entwicklungen und Extrapolation** (Richardson-Extrapolation)
- **Numerische Integration** (Newton-Cotes-Formel, Romberg-Integration, Gaußsche Integration)
- **Lineare Gleichungssysteme** (Gaußscher Algorithmus, LR-Zerlegung, Cholesky-Zerlegung, Matrixnormen, Fehlerabschätzungen)

# Einführung in die Numerik:

*Wie löst man  $F(x) = 0$  algorithmisch?*

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VOR	Einführung in die Numerik	Winter	4	7
UEB	Übungen und Rechnerübung dazu	Winter	3	3

- **Fehleranalyse** (Gleitpunktdarstellung, Rundung, Fehlerfortpflanzung, Kondition, Gutartigkeit)
- **Polynominterpolation** (Dividierte Differenzen, Interpolationsfehler)
- **Asymptotische Entwicklungen und Extrapolation** (Richardson-Extrapolation)
- **Numerische Integration** (Newton-Cotes-Formel, Romberg-Integration, Gaußsche Integration)
- **Lineare Gleichungssysteme** (Gaußscher Algorithmus, LR-Zerlegung, Cholesky-Zerlegung, Matrixnormen, Fehlerabschätzungen)
- **Nichtlineare Gleichungssysteme** (Fixpunktsätze, Konvergenzordnung, iterative Verfahren, Newton-Verfahren),

# Einführung in die Numerik:

*Wie löst man  $F(x) = 0$  algorithmisch?*

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VOR	Einführung in die Numerik	Winter	4	7
UEB	Übungen und Rechnerübung dazu	Winter	3	3

- **Fehleranalyse** (Gleitpunktdarstellung, Rundung, Fehlerfortpflanzung, Kondition, Gutartigkeit)
- **Polynominterpolation** (Dividierte Differenzen, Interpolationsfehler)
- **Asymptotische Entwicklungen und Extrapolation** (Richardson-Extrapolation)
- **Numerische Integration** (Newton-Cotes-Formel, Romberg-Integration, Gaußsche Integration)
- **Lineare Gleichungssysteme** (Gaußscher Algorithmus, LR-Zerlegung, Cholesky-Zerlegung, Matrixnormen, Fehlerabschätzungen)
- **Nichtlineare Gleichungssysteme** (Fixpunktsätze, Konvergenzordnung, iterative Verfahren, Newton-Verfahren),
- **Lineare Ausgleichsrechnung**

# Numerik I für Ingenieure

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VOR	Einführung in die Numerik(=Numerische Mathematik)	Winter	4	10
UEB	Übungen und Rechnerübung zur Einführung in die Numerische Mathematik	Winter	3	

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL	<b>Numerik I für Ingenieure</b>	Winter	2	5
UEB	Übungen zur Numerik I für Ingenieure	Winter	2	

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL	<b>Numerik II für Ingenieure</b>	Sommer	2	5
UEB	Übungen zur Numerik I für Ingenieure	Sommer	2	



# Nichtlineare Optimierung

## *Wie löst man das Optimierungsproblem*

min  $f(x)$  mit der Restriktion  $g(x) \leq 0$  ?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Nichtlineare Optimierung	Winter	4+2	7+3

# Nichtlineare Optimierung

## *Wie löst man das Optimierungsproblem*

min  $f(x)$  mit der Restriktion  $g(x) \leq 0$  ?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Nichtlineare Optimierung	Winter	4+2	7+3

- **Optimalitätsbedingungen**

# Nichtlineare Optimierung

## Wie löst man das Optimierungsproblem

min  $f(x)$  mit der Restriktion  $g(x) \leq 0$  ?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Nichtlineare Optimierung	Winter	4+2	7+3

- **Optimalitätsbedingungen**
- **Konvexe Optimierung** (konvexe Funktionen, Optimalitätsbedingungen),

# Nichtlineare Optimierung

## Wie löst man das Optimierungsproblem

min  $f(x)$  mit der Restriktion  $g(x) \leq 0$  ?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Nichtlineare Optimierung	Winter	4+2	7+3

- **Optimalitätsbedingungen**
- **Konvexe Optimierung** (konvexe Funktionen, Optimalitätsbedingungen),
- **Abstiegsverfahren**

# Nichtlineare Optimierung

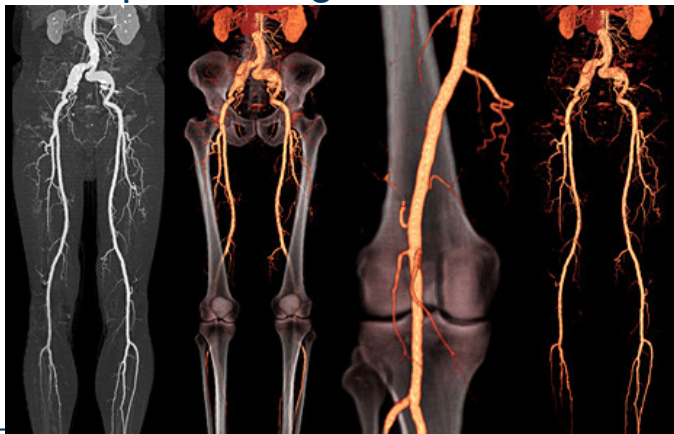
## Wie löst man das Optimierungsproblem

$\min f(x)$  mit der Restriktion  $g(x) \leq 0$  ?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Nichtlineare Optimierung	Winter	4+2	7+3

- **Optimalitätsbedingungen**
- **Konvexe Optimierung** (konvexe Funktionen, Optimalitätsbedingungen),
- **Abstiegsverfahren**

Die Optimierungsverfahren verwendet man zum Beispiel in der Bildverarbeitung.



# Optimierung für Ingenieure, Optimization for Engineers

Auf Englisch!

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VOR	Optimierung für Ingenieure	Sommer	3	7,5
UEB	Übungen zur Optimierung für Ingenieure	Sommer	1	

# Gewöhnliche Differentialgleichungen

Wie löst man  $y(0) = y_0, \partial_t y = A y$  (Anfangswertproblem)?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Gewöhnliche Differentialgleichungen	Sommer	4+2	10

$$f'(x) = \frac{\theta f(x) + z f(x)^3}{1 - a^2 f(x)^2}$$

# Gewöhnliche Differentialgleichungen

Wie löst man  $y(0) = y_0, \partial_t y = A y$  (Anfangswertproblem)?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Gewöhnliche Differentialgleichungen	Sommer	4+2	10

- **Typen** von Differentialgleichungen und elementare Lösungsmethoden

$$f'(x) = \frac{\theta f(x) + z f(x)^3}{1 - a^2 f(x)^2}$$



# Gewöhnliche Differentialgleichungen

Wie löst man  $y(0) = y_0, \partial_t y = A y$  (Anfangswertproblem)?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Gewöhnliche Differentialgleichungen	Sommer	4+2	10

- **Typen** von Differentialgleichungen und elementare Lösungsmethoden
- **Existenz-, Eindeutigkeits- und Stetigkeitssätze** für das Anfangswertproblem

$$f'(x) = \frac{\theta f(x) + z f(x)^3}{1 - a^2 f(x)^2}$$

# Gewöhnliche Differentialgleichungen

Wie löst man  $y(0) = y_0, \partial_t y = A y$  (Anfangswertproblem)?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Gewöhnliche Differentialgleichungen	Sommer	4+2	10

- **Typen** von Differentialgleichungen und elementare Lösungsmethoden
- **Existenz-, Eindeutigkeits- und Stetigkeitssätze** für das Anfangswertproblem
- **Differentialungleichungen** (Lemma von Gronwall)

$$f'(x) = \frac{\theta f(x) + z f(x)^3}{1 - a^2 f(x)^2}$$

# Gewöhnliche Differentialgleichungen

Wie löst man  $y(0) = y_0, \partial_t y = A y$  (Anfangswertproblem)?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Gewöhnliche Differentialgleichungen	Sommer	4+2	10

- **Typen** von Differentialgleichungen und elementare Lösungsmethoden
- **Existenz-, Eindeutigkeits- und Stetigkeitssätze** für das Anfangswertproblem
- **Differentialungleichungen** (Lemma von Gronwall)
- **Fortsetzung** von Lösungen - lineare und gestörte lineare Systeme

$$f'(x) = \frac{\theta f(x) + z f(x)^3}{1 - a^2 f(x)^2}$$

# Gewöhnliche Differentialgleichungen

Wie löst man  $y(0) = y_0, \partial_t y = A y$  (Anfangswertproblem)?

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Gewöhnliche Differentialgleichungen	Sommer	4+2	10

- **Typen** von Differentialgleichungen und elementare Lösungsmethoden
- **Existenz-, Eindeutigkeits- und Stetigkeitssätze** für das Anfangswertproblem
- **Differentialungleichungen** (Lemma von Gronwall)
- **Fortsetzung** von Lösungen - lineare und gestörte lineare Systeme
- **Stabilität**

$$f'(x) = \frac{\theta f(x) + z f(x)^3}{1 - a^2 f(x)^2}$$

# Diskretisierung und numerische Optimierung

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Diskretisierung und numerische Optimierung	Sommer	4+3	5+2,5

*Kann man als Fortsetzung der Einführung in die Numerik hören*

# Diskretisierung und numerische Optimierung

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Diskretisierung und numerische Optimierung	Sommer	4+3	5+2,5

*Kann man als Fortsetzung der Einführung in die Numerik hören*

- Teil 1: Diskretisierung** Ein- und Mehrschrittverfahren für Anfangswertaufgaben gewöhnlicher *Differentialgleichungen*: - explizite und implizite Runge-Kutta-Verfahren, BDF, Extrapolation - asymptotische Stabilität (Nullstabilität), Konsistenz, Konvergenz - Steifheit und Stabilität bei fester Schrittweite - (Schrittweiten- und Ordnungsadaptivität) Randwertaufgaben für gewöhnliche *Differentialgleichungen*: - Einführung in Finite-Element-Verfahren

# Diskretisierung und numerische Optimierung

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Diskretisierung und numerische Optimierung	Sommer	4+3	5+2,5

*Kann man als Fortsetzung der Einführung in die Numerik hören*

- Teil 1: Diskretisierung** Ein- und Mehrschrittverfahren für Anfangswertaufgaben gewöhnlicher *Differentialgleichungen*: - explizite und implizite Runge-Kutta-Verfahren, BDF, Extrapolation - asymptotische Stabilität (Nullstabilität), Konsistenz, Konvergenz - Steifheit und Stabilität bei fester Schrittweite - (Schrittweiten- und Ordnungsadaptivität) Randwertaufgaben für gewöhnliche *Differentialgleichungen*: - Einführung in Finite-Element-Verfahren
- Teil 2: Unrestringierte Optimierung** - Abstiegsverfahren - CG-Verfahren (mit Vorkonditionierung, CG-Newton) - Quadratische Optimierungsprobleme - Penalty- und Barriereverfahren

# Funktionalanalysis

*Wie analysiert man lineare Probleme (zum Beispiel Randwertprobleme oder Anfangsrandwertprobleme) abstrakt?*

*(‘Unendlichdimensionale Lineare Algebra’)*

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Funktionalanalysis	Sommer	4+2	10



# Funktionalanalysis

*Wie analysiert man lineare Probleme (zum Beispiel Randwertprobleme oder Anfangsrandwertprobleme) abstrakt?*

*(‘Unendlichdimensionale Lineare Algebra’)*

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Funktionalanalysis	Sommer	4+2	10

- Hilbert- und Banach-Räume

# Funktionalanalysis

*Wie analysiert man lineare Probleme (zum Beispiel Randwertprobleme oder Anfangsrandwertprobleme) abstrakt?*

*(‘Unendlichdimensionale Lineare Algebra’)*

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Funktionalanalysis	Sommer	4+2	10

- Hilbert- und Banach-Räume
- Sobolev-Räume

# Funktionalanalysis

*Wie analysiert man lineare Probleme (zum Beispiel Randwertprobleme oder Anfangsrandwertprobleme) abstrakt?*

*(‘Unendlichdimensionale Lineare Algebra’)*

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Funktionalanalysis	Sommer	4+2	10

- Hilbert- und Banach-Räume
- Sobolev-Räume
- Lineare Operatoren

# Funktionalanalysis

*Wie analysiert man lineare Probleme (zum Beispiel Randwertprobleme oder Anfangsrandwertprobleme) abstrakt?*

*(‘Unendlichdimensionale Lineare Algebra’)*

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Funktionalanalysis	Sommer	4+2	10

- Hilbert- und Banach-Räume
- Sobolev-Räume
- Lineare Operatoren
- Lineare Funktionale und der Satz von Hahn-Banach

# Funktionalanalysis

*Wie analysiert man lineare Probleme (zum Beispiel Randwertprobleme oder Anfangsrandwertprobleme) abstrakt?*

*(‘Unendlichdimensionale Lineare Algebra’)*

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Funktionalanalysis	Sommer	4+2	10

- Hilbert- und Banach-Räume
- Sobolev-Räume
- Lineare Operatoren
- Lineare Funktionale und der Satz von Hahn-Banach
- Kompakte Operatoren

# Funktionalanalysis

*Wie analysiert man lineare Probleme (zum Beispiel Randwertprobleme oder Anfangsrandwertprobleme) abstrakt?*

*(‘Unendlichdimensionale Lineare Algebra’)*

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Funktionalanalysis	Sommer	4+2	10

- Hilbert- und Banach-Räume
- Sobolev-Räume
- Lineare Operatoren
- Lineare Funktionale und der Satz von Hahn-Banach
- Kompakte Operatoren
- Lösbarkeit linearer Gleichungen (inklusive Fredholm’sche Alternative)

# Lineare und kombinatorische Optimierung

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Lineare und kombinatorische Optimierung	Winter	4+2	7 + 3

*Diskrete Optimierung:*

*Entscheidungsvariablen können nur endlich viele Werte annehmen.*

## Algebra

Typ	Titel im UnivIS	Semester	SWS	ECTS
VORL+ UEB	Algebra	Winter	4+2+1	7+ 3

*Algebraische Strukturen: Gruppen, Ringe, Körper, ...*

# BSc Informatik: Nebenfach Mathematik (15 ECTS)

Es wird empfohlen, mit den Dozentinnen/Dozenten Rücksprache zu halten.

## Beispiele

- 5 ECTS Winter + 10 ECTS Sommer
  - Winter(5.) Numerik I für Ingenieure
  - Sommer(6.) Gewöhnliche Differentialgleichungen (10ECTS)
- 5 ECTS Winter + 10 ECTS Sommer
  - Winter(5.) Numerik I für Ingenieure (5ECTS)
  - Sommer(6.) Numerik II für Ingenieure (5ECTS) und Robuste Optimierung (nicht vertieft) (5ECTS)
- 10 ECTS Winter + 5 ECTS Sommer
  - Winter(5.) Einführung in die Numerik (10ECTS)
  - Sommer(6.) Optimierung für Ingenieure (7,5ECTS)



## Weitere Module aus der Liste sind:

1. VORL mit UE \* **Funktionentheorie** \* Sommer \* 2+2 \* 5
2. VORL mit UE \* **Partielle Differentialgleichungen I** \* Winter \* 4+2 \* 10
3. VORL mit UE \* **Diskrete Optimierung I** \* Winter \* 2+1 \* 5
4. VORL mit UE \* **Diskrete Optimierung II** \* Sommer \* 4+2 \* 10
5. VORL mit UE \* **Numerical Aspects of Linear and Integer Programming** \*  
Sommer \* 2+1 \* 5
6. VORL mit UE \* **Optimierung in Industrie und Wirtschaft** \* Winter \* 2+1 \* 5

# Studienberater Mathematik

# Studienberater Mathematik

Prof. Dr. Christoph Richard  
Department Mathematik  
Cauerstr. 11, Zimmer 02.335  
richard@mi.uni-erlangen.de