

Das Muddy Children Puzzle

Epistemische Logik bei der Arbeit

Lutz Schröder

Lehrstuhl INF 8 – Theoretische Informatik

Orientierungsvorlesung



T.CS

There are things we know that we know. There are known unknowns. That is to say there are things that we now know we don't know. But there are also unknown unknowns. There are things we do not know we don't know.

Donald Rumsfeld

- ▶ n Kinder
- ▶ $k > 1$ haben Matsch auf der Stirn
- ▶ Szenario A:
Vater fragt: „Wer weiß, ob er Matsch auf der Stirn hat?“
 - ▶ Keiner
 - ▶ Auch nicht nach Wiederholungen
- ▶ Szenario B:
Vater sagt vorher an: „Mindestens einer hat Matsch auf der Stirn“

- ▶ n Kinder
- ▶ $k > 1$ haben Matsch auf der Stirn
- ▶ Szenario A:
Vater fragt: „Wer weiß, ob er Matsch auf der Stirn hat?“
 - ▶ Keiner
 - ▶ Auch nicht nach Wiederholungen
- ▶ Szenario B:
Vater sagt vorher an: „Mindestens einer hat Matsch auf der Stirn“
(das wissen aber schon alle!)

- ▶ n Kinder
- ▶ $k > 1$ haben Matsch auf der Stirn
- ▶ Szenario A:
Vater fragt: „Wer weiß, ob er Matsch auf der Stirn hat?“
 - ▶ Keiner
 - ▶ Auch nicht nach Wiederholungen
- ▶ Szenario B:
Vater sagt vorher an: „Mindestens einer hat Matsch auf der Stirn“
(**das wissen aber schon alle!**)
 - ▶ Bei der k -ten Wiederholung wissen die bematschten Kinder Bescheid

Z.B. $k = 2$:

- ▶ Nach Runde 1 weiß keiner Bescheid
 - ▶ obwohl alle wissen, dass alle wissen, dass $k > 0$
- ▶ Also wissen alle, dass $k > 1$.
- ▶ Also wissen die bematschten Kinder in der zweiten Runde Bescheid.

Operatoren:

- ▶ $K_i\phi$: Agent (Kind) i weiß, dass ϕ
- ▶ $E\phi$: Jeder weiß, dass ϕ

$$E\phi \equiv K_1\phi \wedge \dots \wedge K_n\phi$$

- ▶ Common Knowledge

$$C\phi \equiv E\phi \wedge EE\phi \wedge EEE\phi \wedge \dots$$

„Jeder weiß, dass jeder weiß, dass jeder weiß, dass ...“

p_i : „Kind i ist bematscht“

α_G : „Genau die Kinder in $G \subseteq \{1, \dots, n\}$ sind bematscht“

- ▶ Szenario B: $C \neg \alpha_\emptyset$
- ▶ Szenario A: nur $E \neg \alpha_\emptyset$!
- ▶ Sichtbarkeit:

$$C((p_i \rightarrow K_j p_i) \wedge (\neg p_i \rightarrow K_j \neg p_i)) \quad (i \neq j)$$

(Axiomatisierung Γ)

Nach Runde 1:

$$C(\neg K_1 p_1 \wedge \neg K_1(\neg p_1) \wedge \dots \wedge \neg K_n p_n \wedge \neg K_n(\neg p_n))$$

Es folgt

$$C\left(\bigwedge_{|G| \leq 1} \neg \alpha_G\right)$$

$$\Gamma, C\left(\bigwedge_{|G|\leq k} \neg\alpha_G\right), \alpha_H \models \bigwedge_{i\in H} K_i p_i \quad (|H| = k + 1)$$

- ▶ Vorlesungen, je 4 SWS / 7,5 ECTS, z.B. Formale Verifikation, Beschreibungslogik und formale Ontologien, Kommunikation und parallele Prozesse, Nichtklassische Logiken in der Informatik, Modallogik, Algebra der Programmierung, Praktische Semantik von Programmiersprachen, Monadenbasierte Programmierung, Algebraische Automatentheorie
- ▶ Hauptseminare, je 2 SWS / 5 ECTS, z.B. Homotopy Type Theory, Themen der Kategorientheorie, Nominelle Mengen und Automaten, Automaten auf unendlichen Wörtern, Koalgebraische Logik; Inhalt und Anmeldemodalitäten finden sich jeweils auf den entsprechenden Seiten unter <https://www8.cs.fau.de/>
- ▶ Praktika, 10 ECTS, z.B. Wissensrepräsentation, Formale Methoden